

## 第三届（2021）集成电路 EDA 设计精英挑战赛

### 赛题指南

一、**赛题十**：先进工艺下互连线电容求解

二、**命题企业**：杭州行芯科技有限公司

三、**赛题 Chair**：闫浩 东南大学微电子学与固体电子教师

四、**赛题背景**：

随着半导体工艺制程的发展，如何准确快速的进行寄生电容的提取对于保证芯片设计质量，满足严苛的 PPA 指标要求，缩短设计周期变得至关重要。

互连线电容计算是 EDA 领域经典的求解课题和主流诉求，算法创新与优化永无止境，是一个持续的研究热点。为准确理解赛题涵义，本赛题将电路模型抽象为数学模型，同时将求解维度由三维空间降低到二维平面，让参赛学生将主要精力集中到算法构建与创新上。完成该赛题对提升编程能力、数学推理能力和理解 EDA 最前沿技术有实质性帮助。

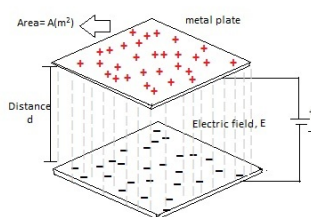


图 4.1 互连线电容示意图

赛题的第七部分《背景知识及计算方法举例》，用经典“有限差分方法”举例，详细介绍了背景知识和求解方法，可作为比赛参考流程。实际参赛过程中，求解算法不囿于有限差分方法，其他如有限元法、边界元法、浮动随机行走法以及基于机器学习的 AI 算法等均可采用和尝试。

## 五、赛题描述：

总体描述：

用数值方法求解集成电路二维版图场景下导体之间的电容。给定集成电路二维版图中某一求解区域若干导体，请运用如有限差分等数值计算方法，求解该区域中某一导体的总电容，及该导体对其它导体的单位长度耦合电容。下图中展示了两种情况下求解区域的剖面图：

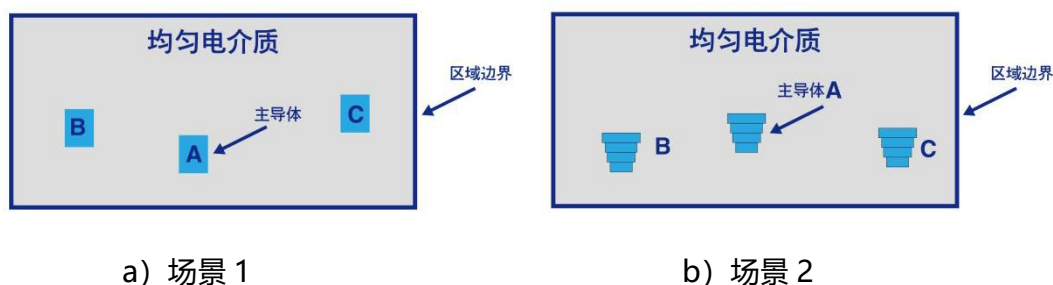


图 5.1 求解区域的剖面图示例

场景描述:图 4.1 展示了两种求解区域的剖面图示例,两个场景均由 3 个导体组成,分别为导体 A、B、C,场景中黑色方框为区域边界,区域内除导体所在位置都为均匀电介质填充。其中场景 1 中三个导体均为矩形,场景 2 中模拟了先进工艺下的梯形近似,即某一矩形可以拆分为若干垂直方向相接的矩形。

- 1) 输入：给定要求解的主导体图形，N 个相邻导体图形，和求解区域窗口范围，以及电介质系数。
- 2) 输入要求：导体图形可以是一个矩形（水平方向为宽度，垂直方向为高度），或相接矩形（垂直方向相接，用来近似先进工艺下的梯形，最多 4 个）。
- 3) 输出：主导体的单位长度总电容、主导体和相邻导体之间的单位长度耦合电容（单

位长度 um)

4) 方法: 有限差分方法, 有限元方法, 边界元方法, 浮动随机行走方法等

5) 提交要求:

源工程项目代码, Linux 执行码, 设计文档, 包括架构, 算法, 测试报告

执行码的命令行和参数要求如下:

```
fieldsolver2d -in input.data -out result.out
```

(其中 input.data 为输入数据 result.out 为输出数据)

6) 输入数据文件格式(单位 um):

```
boundary x0 z0 x1 z1    // x0,z0 is left lower corner, x1,z1 is right upper  
corner
```

```
dielectric dielectric_constant //
```

```
net netname x0 z0 x1 z1  // x0,z0 is left lower point, x1,z1 is right upper  
point of rectangular shape of conductor, netname is net name of interconnect  
conductor wire
```

7) 输入文件格式例子, 给定 net0 为主导体, net1,net2 为相邻导体 (单位 um):

```
boundary -10.0000 0.0000 10.0000 9.9000
```

```
dielectric 3.9
```

```
net net0 -0.0160 0.4800 0.016 0.5500
```

```
net net1 -0.0800 0.4800 -0.0480 0.5500
```

```
net net2 0.0480 0.4800 0.080 0.5500
```

8) 输出文件格式:

```
net0      net1      net2
```

net0: 0.1700ff      0.057ff      0.057ff

## 六、测评标准:

总分 100 分, 测试 100 个例子, 每一个例子一分。测试案例会包含矩形导体和梯形导体 (用相接矩形来近似), 导体总数不超过 100 个。

对每一个测试案例而言:

a) 精度占 80%: 如果和标准答案相比误差小于等于 5% ,则得 0.8 分,

误差 大于 5% 小于等于 10%, 则得 0.4 分

误差大于 10% 小于等于 15%, 则得 0.2 分

误差大于 15% 小于等于 20%, 则得 0.1 分

误差大于 20%, 则得 0.05 分

b) 运行时间占 10%:

运行的时间小于等于参考时间, 则得 0.1 分

运行的时间大于参考时间, 小于等于 2 倍参考时间, 则得 0.05

运行的时间大于 2 倍参考时间, 小于等于 5 倍参考时间, 则得 0.04

运行的时间大于 5 倍参考时间, 小于等于 10 倍参考时间, 则得 0.03

运行的时间大于 10 倍参考时间, 小于等于 20 倍参考时间, 则得 0.02

运行的时间大于 20 倍参考时间, 则得 0.01

c) 运行内存占 10%:

运行的内存小于等于参考内存, 则得 0.1 分

运行的内存大于参考内存, 小于等于 2 倍参考内存, 则得 0.05

运行的内存大于 2 倍参考内存, 小于等于 5 倍参考内存, 则得 0.04

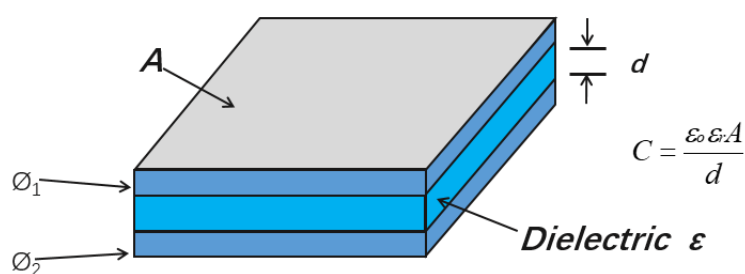
运行的内存大于 5 倍参考内存，小于等于 10 倍参考内存，则得 0.03

运行的内存大于 10 倍参考内存，小于等于 20 倍参考内存，则得 0.02

运行的内存大于 20 倍参考内存，则得 0.01

## 七、背景知识及计算方法举例

### 1) 一维电容模型及计算公式



平行板电容

图 7.1 平行板电容示例图

假设上平板电势  $\phi_1$ ，下平板电势  $\phi_2$ ，平板上积累的电荷为  $Q$

则平板间电压  $V = \phi_1 - \phi_2$  两平板间电容  $C = Q/V$

如果平板的尺寸远远大于两平板的间距，举例电容可用下面公式估计

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

其中：

$A$  ：平板导体面积

$d$  ：两平板之间的距离

$\epsilon_0$  ：真空中电介质常数  $8.854 \times 10^{-12}$  F/m

$\epsilon_r$  ：相对电介质系数

## 2) 二维电容模型

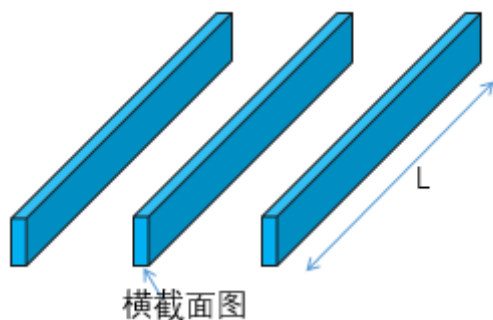


图 7.2 三根平行导体示意图

在二维电容模型近似中，通常认为导体的长度的尺寸远远大于横截面的尺寸，此时上图中的电容分布可近似等效为下图：

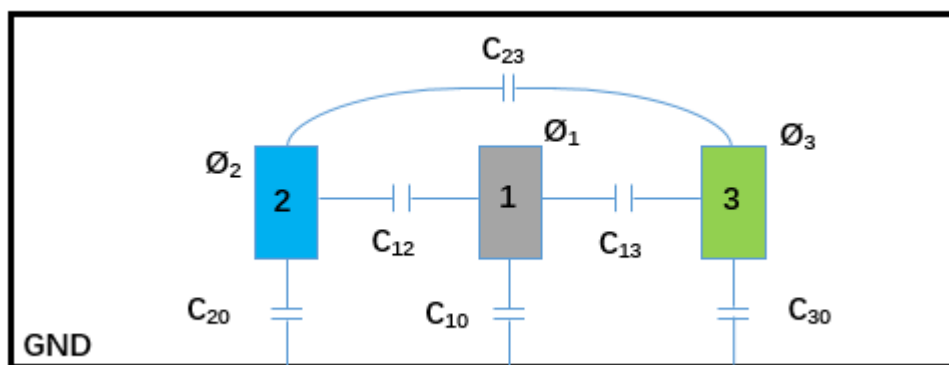


图 7.3 三个平行导体电容分布图

上图中，GND 表示地（区域边界），三个导体之间以及对地的电容如上图所示，三个导体的电位分别为  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ ，GND 的电势通常认为为 0V。三个导体上的电荷分别为  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ，此时上图中导体的电荷，电容，电势之间的关系如下：

$$Q_1 = C_{10} \Phi_1 + C_{12} (\Phi_1 - \Phi_2) + C_{13} (\Phi_1 - \Phi_3)$$

$$Q_2 = C_{20} \Phi_2 + C_{21} (\Phi_2 - \Phi_1) + C_{23} (\Phi_2 - \Phi_3)$$

$$Q_3 = C_{30} \Phi_3 + C_{31} (\Phi_3 - \Phi_1) + C_{32} (\Phi_3 - \Phi_2)$$

其中  $C_{12} = C_{21}$ ,  $C_{13} = C_{31}$ ,  $C_{23} = C_{32}$

当计算导体 1 的电容时, 通常假设  $\phi_1 = 1V$ ,  $\phi_2 = \phi_3 = 0V$ , 此时上述表达式可化简为:

$$Q_1 = C_{10} \phi_1 + C_{12} (\phi_1 - \phi_2) + C_{13} (\phi_1 - \phi_3) = C_{10} + C_{12} + C_{13} = C_{11}$$

$$Q_2 = C_{20} \phi_2 + C_{21} (\phi_2 - \phi_1) + C_{23} (\phi_2 - \phi_3) = -C_{21} = -C_{12}$$

$$Q_3 = C_{30} \phi_3 + C_{31} (\phi_3 - \phi_1) + C_{32} (\phi_3 - \phi_2) = -C_{31} = -C_{13}$$

此时对导体电容值的求解转化为对特定边值条件下对导体电荷的求解。下面介绍一种求解导体电荷的方法。

### 3) 有限差分方法求解导体电荷

根据高斯定理方程:

$$\oint_S \epsilon E \cdot dA = Q$$

可推出某一区域电荷的值:

$$Q = \sum_{i=1}^N \epsilon_i E_i \cdot d_{si} = -\sum_{i=1}^N \epsilon_i \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \cdot d_{si}$$

上式中  $E_i$  是高斯面上电场,  $\epsilon_i$  是电介质常数,  $d_{si}$  是高斯面上的变化面积,  $\phi_i$  是高斯面上的电位。由上式可知如果计算某一区域的电荷需要得知平面上电势变化规律。

由拉普拉斯方程  $\nabla^2 \phi = 0$  可得出 2D 情况下电势和位置的关系:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

采用网格对计算区域进行划分如下图所示:

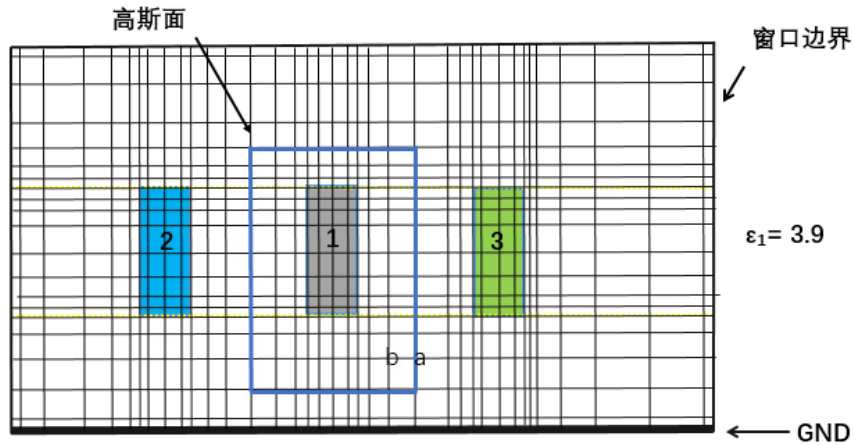


图 7.4 网格化后的计算区域

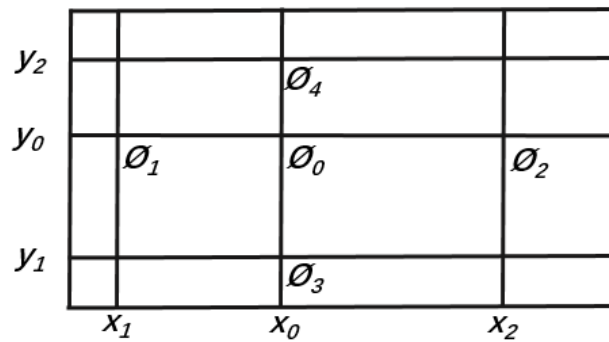


图 7.5 计算区域中某一点以及临近点的电位图

根据图 6.5，公式  $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$  中：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{(\phi_2 - \phi_0)}{0.5(x_2 - x_0 + x_0 - x_1)} - \frac{(\phi_0 - \phi_1)}{(x_0 - x_1)}, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{(\phi_4 - \phi_0)}{0.5(y_2 - y_0 + y_0 - y_1)} - \frac{(\phi_0 - \phi_3)}{(y_0 - y_1)}$$

由此：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{(\phi_2 - \phi_0)}{0.5(x_2 - x_0 + x_0 - x_1)} - \frac{(\phi_0 - \phi_1)}{(x_0 - x_1)} + \frac{(\phi_4 - \phi_0)}{0.5(y_2 - y_0 + y_0 - y_1)} - \frac{(\phi_0 - \phi_3)}{(y_0 - y_1)} \approx 0$$

上式可进一步转化为：

$$\alpha_0 \phi_0 + \alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2 + \alpha_3 \phi_3 + \alpha_4 \phi_4 = 0$$

当  $\phi_4$  点落在主导体上时，由于  $\phi_4 = 1V$  此时上式可转化为

$$\alpha_0\phi_0 + \alpha_1\phi_1 + \alpha_2\phi_2 + \alpha_3\phi_3 = -\alpha_4$$

当  $\phi_4$  点落在主导体的相邻导体或者边界上时, 由于  $\phi_4 = 0V$  此时上式可转化为

$$\alpha_0\phi_0 + \alpha_1\phi_1 + \alpha_2\phi_2 + \alpha_3\phi_3 = 0$$

对计算区域的所有点列出上式并求解, 可得出平面上任意一点的电位。上述方程组转化为矩阵形式即为

$$AX = b$$

对于本情形下, 上式中 A 为稀疏对称正定矩阵, b 为常量向量, x 为待解变量。

对矩阵的求解可选取直接方法或迭代方法进行求解。

当求解出平面上所有点的电势后使用方程

$$Q = \sum_{i=1}^N \epsilon_i E_i \cdot d_{si} = -\sum_{i=1}^N \epsilon_i \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \cdot d_{si}$$

求解电荷。

高斯面上某一点法向方向电场强度举例: 假设求解图 6.4 中 a 点的电场强度  $E_a$   
 $= (\Phi_a - \Phi_b) / (x_a - x_b)$ , 当计算出高斯面上所有点的电场强度后代入上述电荷方程即可  
得出主导体的总电容。

### 注意事项:

- 1.有限差分的网格划分对结果精度和计算速度会有较大影响。
- 2.不同矩阵求解方法对计算速度有影响。

## 八、参考资料

开源矩阵软件包: SuiteSparse

SuiteSparse 软件包中包含 KLU(非对称矩阵), Cholmod(对称正定矩阵)

可以使用开源矩阵计算软件 Cholmod 去求解  $Ax=b$  问题

<https://github.com/DrTimothyAldenDavis/SuiteSparse/releases>

如果想用边界元和浮动随机行走方法的参赛者可以参看以下资料：

Advanced Field-Solver Techniques for RC Extraction of Integrated

Circuits

Author: Wenjian Yu , Xiren Wang